

Задания для обучающихся формируются в электронном виде, рассылаются на электронные ящики. Выполнение заданий контролируется также через электронную почту.

Дисциплина, курс		Математика и информатика, 1 курс
Сроки исполнения	Задание	Форма отчетности
23-28.03.2020	Изучить и законспектировать тему «Объемы многогранников». Письменно ответить на контрольные вопросы	Прислать фото конспекта
30.03-4.04.2020	Изучить и законспектировать тему «Объемы тел вращения». Письменно ответить на контрольные вопросы	Прислать фото конспекта
6-11.04.2020	Просмотреть видео с образцом решения задач, записать в тетрадь, решить подобные задачи самостоятельно	Прислать фото конспекта

Консультации проводятся в электронном виде через почту, Viber, по телефону. Время консультаций: понедельник – пятница с 9:00 до 15:00

Тема 1: Объемы многогранников

65. Понятие объема

Подобно тому как для фигур на плоскости вводится понятие площади, для тел в пространстве вводится понятие объема. Сначала рассмотрим только простые тела. Тело называется **простым**, если его можно разбить на конечное число треугольных пирамид.

Для простых тел **объем** — это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

1. Равные тела имеют равные объемы.
2. Если тело разбито на части, являющиеся простыми телами, то объем этого тела равен сумме объемов его частей.
3. Объем куба, ребро которого равно единице длины, равен единице.

Если куб, о котором идет речь в определении, имеет ребро 1 см, то объем будет в кубических сантиметрах; если ребро куба равно 1 м, то объем будет в кубических метрах; если ребро куба равно 1 км, то объем будет в кубических километрах и т. д.

Примером простого тела является любой выпуклый многогранник. Его можно разбить на конечное число треугольных пирамид следующим образом. Отметим какую-нибудь вершину S многогранника. Разобьем на треугольники все грани многогранника, не содержащие вершину S . Тогда треугольные пирамиды, для которых основаниями являются эти треугольники, а общей вершиной — точка S , дают разбиение многогранника на треугольные пирамиды. На рисунке 164 показано такое разбиение для произвольной пирамиды.

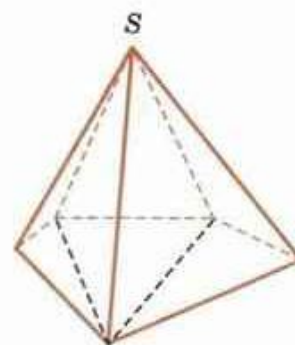


Рис. 164

Рассмотрим объемы изученных ранее многогранников.

66. Объем прямоугольного параллелепипеда

Найдем объем прямоугольного параллелепипеда с линейными размерами a , b , c . Для этого сначала докажем, что объемы двух прямо-

угольных параллелепипедов с равными основаниями относятся как их высоты.

Пусть P и P_1 — два прямоугольных параллелепипеда с общим основанием $ABCD$ и высотами AE и AE_1 . Будем считать для определенности, что $AE_1 < AE$ (рис. 165). Пусть V и V_1 — объемы параллелепипедов. Разобьем ребро AE параллелепипеда P на большое число n равных частей. Каждая из них равна $\frac{AE}{n}$. Пусть m — число точек деления, которые лежат на ребре AE_1 . Тогда

$$\left(\frac{AE}{n}\right)m \leq AE_1 \leq \left(\frac{AE}{n}\right)(m+1).$$

Отсюда

$$\frac{m}{n} \leq \frac{AE_1}{AE} \leq \frac{m}{n} + \frac{1}{n}. \quad (*)$$

Проведем через точки деления плоскости, параллельные основанию. Они разобьют параллелепипед P на n равных параллелепипедов. Каждый из них имеет объем $\frac{V}{n}$. Параллелепипед P_1 содержит первые m параллелепипедов, считая снизу, и содержится в $m+1$ параллелепипедах. Поэтому

$$\left(\frac{V}{n}\right)m \leq V_1 \leq \left(\frac{V}{n}\right)(m+1).$$

Отсюда

$$\frac{m}{n} \leq \frac{V_1}{V} \leq \frac{m}{n} + \frac{1}{n}. \quad (**)$$

Из неравенств (*) и (**) мы видим, что оба числа $\frac{V_1}{V}$ и $\frac{AE_1}{AE}$ заключены между $\frac{m}{n}$ и $\frac{m}{n} + \frac{1}{n}$.

Поэтому они отличаются не более чем на $\frac{1}{n}$. А так как n можно взять сколь угодно большим, то это может быть только при $\frac{V_1}{V} = \frac{AE_1}{AE}$, что и требовалось доказать.

Возьмем теперь куб, являющийся единицей измерения объема, и три прямоугольных параллелепипеда с измерениями: $a, 1, 1$; $a, b, 1$;

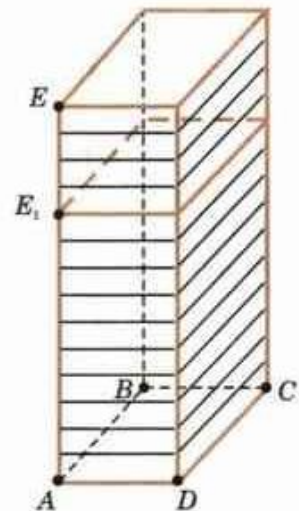


Рис. 165

a, b, c . Обозначим их объемы V_1, V_2 и V соответственно. По доказанному $\frac{V_1}{1} = \frac{a}{1}, \frac{V_2}{1} = \frac{b}{1}, \frac{V}{1} = \frac{c}{1}$.

Перемножая эти три равенства почленно, получим $V = abc$. Итак,

объем прямоугольного параллелепипеда с линейными размерами a, b, c вычисляется по формуле $V = abc$.

67. Объем наклонного параллелепипеда

Найдем объем наклонного параллелепипеда (рис. 166). Пусть P — наклонный параллелепипед с площадью основания S , высотой H и объемом V . Дополним параллелепипед P такими же n параллелепипедами так, как показано на рисунке. Получим параллелепипед P' , который имеет площадь основания nS , объем nV и высоту H .

Рассечем параллелепипед P' на две части плоскостью α , пересекающей все его ребра, параллельные AA' , под прямым углом. Это всегда возможно, если достаточно велико n . Сдвинем одну из этих частей так, чтобы совпали точки A и A' . При этом получим новый параллелепипед P'' , у которого также площадь основания nS , объем nV , высота H , а его грани, по которым производился разрез плоскостью α , перпендикулярны основанию.

Разрежем параллелепипед P'' на n равных частей плоскостями, параллельными плоскости α . Пусть P_1 — одна из этих частей, P_1 — это параллелепипед с той же площадью основания, объемом и высотой, как исходный параллелепипед P .

Проведем с параллелепипедом P_1 такое же преобразование, каким из параллелепипеда P

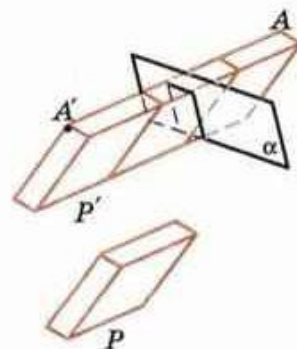


Рис. 166

получен параллелепипед P_1 . При этом получится прямоугольный параллелепипед P_2 с тем же объемом, площадью основания и высотой, как у параллелепипеда P . А так как у прямоугольного параллелепипеда объем равен произведению площади основания на высоту, то и у параллелепипеда P объем равен произведению площади основания на высоту.

Итак,

объем любого параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

68. Объем призмы

Рассмотрим сначала треугольную призму (рис. 168). Дополним ее до параллелепипеда, как указано на рисунке. Точка O является центром симметрии параллелепипеда. Поэтому построенная призма симметрична исходной относительно точки O , следовательно, имеет объем, равный объему исходной призмы. Таким образом, объем построенного параллелепипеда равен удвоенному объему данной призмы.

Объем параллелепипеда равен произведению площади его основания на высоту. Площадь его основания равна удвоенной площади треугольника ABC , а высота равна высоте исходной призмы. Отсюда заключаем, что объем исходной призмы равен произведению площади ее основания на высоту.

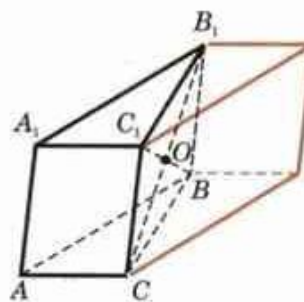


Рис. 168

Рассмотрим теперь произвольную призму (рис. 169). Разобьем ее основание на треугольники. Пусть Δ — один из этих треугольников. Проведем через произвольную точку X треугольника Δ прямую, параллельную боковым ребрам. Пусть a_x — отрезок этой прямой, принадлежащий призме. Когда точка X описывает треугольник Δ , отрезки a_x заполняют треугольную призму. Построив такую призму для каждого треугольника Δ , мы получим разбиение данной призмы на треугольные. Все эти призмы имеют одну и ту же высоту, равную высоте исходной призмы.

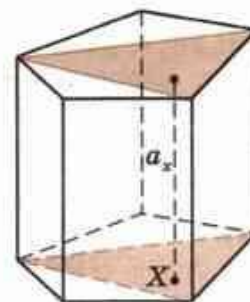


Рис. 169

Объем данной призмы равен сумме объемов треугольных призм, ее составляющих. По доказанному объем треугольной призмы равен произведению площади ее основания на высоту. Отсюда следует, что объем исходной призмы равен:

$$\begin{aligned} V &= S_1H + S_2H + \dots + S_nH = \\ &= (S_1 + S_2 + \dots + S_n)H, \end{aligned}$$

где $S_1, S_2, \dots, S_n$ — площади треугольников, на которые разбито основание призмы, а H — высота призмы. Сумма площадей треугольников равна площади S основания данной призмы. Поэтому $V = SH$.

Итак,

объем любой призмы равен произведению площади ее основания на высоту.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

69. Равновеликие тела

Два тела называются **равновеликими**, если они имеют равные объемы.

Две треугольные пирамиды с равными площадями оснований и равными высотами равновелики.

Тела, имеющие равные объемы, **равновелики**.

Равные тела всегда равновелики, но равновеликие не всегда равны.

70. Объем пирамиды

Пусть $SABC$ — треугольная пирамида с вершиной S и основанием ABC . Дополним эту пирамиду до треугольной призмы с тем же основанием и высотой (рис. 172). Эта призма составлена из трех пирамид: данной пирамиды $SABC$ и еще двух треугольных пирамид SCC_1B_1 и $SCBB_1$.

У второй и третьей пирамид равные основания — $\triangle CC_1B_1$ и $\triangle B_1BC$ и общая высота, проведенная из вершины S . Поэтому у них равные объемы. У первой и третьей пирамид тоже равные основания — $\triangle SAB$ и $\triangle BB_1S$ и совпадающие высоты, проведенные из вершины C . Поэтому у них тоже равные объемы.

Значит, все три пирамиды имеют один и тот же объем. Так как сумма этих объемов равна объему призмы, то объемы пирамид равны $\frac{SH}{3}$.

Итак,

объем любой треугольной пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту:

$$V = \frac{1}{3} SH.$$

Итак,

объем любой пирамиды равен одной трети произведения площади ее основания на высоту.

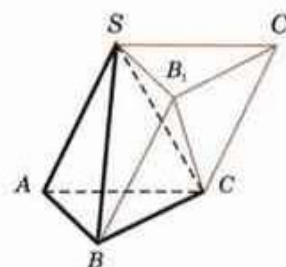


Рис. 172

71. Объем усеченной пирамиды

Задача (44).

Найдите объем усеченной пирамиды с площадями оснований Q_1 и Q_2 ($Q_1 > Q_2$) и высотой h .

Решение.

Дополним данную усеченную пирамиду до полной (рис. 173). Пусть x — ее высота. Объем усеченной пирамиды равен разности объемов двух полных пирамид: одной с площадью основания Q_1 и высотой x , другой с площадью основания Q_2 и высотой $x - h$.

Из подобия этих пирамид находим x :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{x}{x-h}\right)^2. \text{ Отсюда } x = \frac{h\sqrt{Q_1}}{\sqrt{Q_1} - \sqrt{Q_2}}.$$

Объем усеченной пирамиды равен:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \left[Q_1 \frac{h\sqrt{Q_1}}{\sqrt{Q_1} - \sqrt{Q_2}} - Q_2 \left(\frac{h\sqrt{Q_1}}{\sqrt{Q_1} - \sqrt{Q_2}} - h \right) \right] = \\ &= \frac{1}{3} h \frac{Q_1\sqrt{Q_1} - Q_2\sqrt{Q_2}}{\sqrt{Q_1} - \sqrt{Q_2}} = \frac{1}{3} h (Q_1 + \sqrt{Q_1 Q_2} + Q_2). \end{aligned}$$



Рис. 173

72. Объемы подобных тел

Пусть T и T' — два простых подобных тела. Это значит, что существует преобразование подобия, при котором тело T переходит в тело T' . Обозначим через k коэффициент подобия.

Разобьем тело T на треугольные пирамиды $P_1, P_2, \dots, P_n$. Преобразование подобия, которое переводит тело T в тело T' , переводит пирамиды $P_1, P_2, \dots, P_n$ в пирамиды $P'_1, P'_2, \dots, P'_n$. Эти пирамиды составляют тело T' , и поэтому объем тела T' равен сумме объемов пирамид $P'_1, P'_2, \dots, P'_n$.

Так как пирамиды P'_i и P_i подобны и коэффициент подобия равен k , то отношение их высот равно k , а отношение площадей их оснований равно k^2 . Следовательно, отношение объемов пирамид равно k^3 . Так как тело T составлено из пирамид P_i , а тело T' составлено из пирамид P'_i , то отношение объемов тел T' и T тоже равно k^3 .

Число k — коэффициент подобия — равно отношению расстояний между любыми двумя соответствующими парами точек при преобразовании подобия. Следовательно, это число равно отношению любых двух соответствующих линейных размеров тел T' и T . Мы приходим к следующему выводу:

объемы двух подобных тел относятся как кубы их соответствующих линейных размеров.

Контрольные вопросы:

1. Если ребра призмы измеряются в произвольных единицах, то в чем будет измеряться объем данной призмы?
2. Приведите пример (из окружающей вас обстановки) равновеликих равных тел.
3. Приведите пример (из окружающей вас обстановки) равновеликих **не** равных тел.

***Записать конспект в тетрадь, письменно ответить на вопросы.
Прислать фото конспекта на электронную почту преподавателя до 27
марта 2020 г.***

Результат – зачет/незачет

Тема 2: Объемы тел вращения

73. Объем цилиндра

Если тело простое, т. е. допускает разбиение на конечное число треугольных пирамид, то его объем равен сумме объемов этих пирамид. Для произвольного тела объем определяется следующим образом.

Данное тело имеет объем V , если существуют содержащие его простые тела и содержащиеся в нем простые тела с объемами, сколь угодно мало отличающимися от V .

Применим это определение к нахождению объема цилиндра с радиусом основания R и высотой H .

При выводе формулы для площади круга были построены такие два n -угольника (один — содержащий круг, другой — содержащийся в круге), что их площади при неограниченном увеличении n неограниченно приближались к площади круга. Построим такие многоугольники для круга в основании цилиндра. Пусть P — многоугольник, содержащий круг, а P' — многоугольник, содержащийся в круге (рис. 178).

Построим две прямые призмы с основаниями P и P' и высотой H , равной высоте цилиндра. Первая призма содержит цилиндр, а вторая призма содержится в цилиндре. Так как при неограниченном увеличении n площади оснований призм неограниченно приближаются к площади основания цилиндра S , то их объемы неограниченно приближаются к SH . Согласно определению объем цилиндра $V = SH = \pi R^2 H$. Итак,

объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

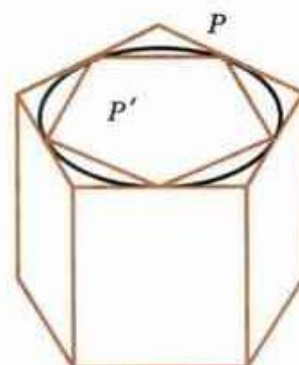


Рис. 178

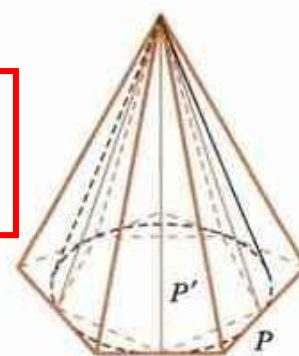


Рис. 179

74. Объем конуса

Построим два многоугольника в плоскости основания конуса: многоугольник P , содержащий основание конуса, и многоугольник P' , содержащийся в основании конуса (рис. 179). Построим

две пирамиды с основаниями P и P' и вершиной в вершине конуса. Первая пирамида содержит конус, а вторая пирамида содержится в конусе.

Как мы знаем, существуют такие многоугольники P и P' , площади которых при неограниченном увеличении числа их сторон n неограниченно приближаются к площади круга в основании конуса. Для таких многоугольников объемы построенных пирамид неограниченно приближаются к $\frac{1}{3}SH$, где S — площадь основания конуса, а H — его высота. Согласно определению отсюда следует, что объем конуса

$$V = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}\pi R^2 H.$$

Итак,

объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

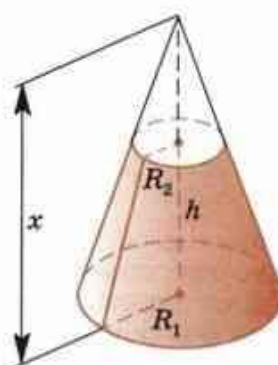


Рис. 180

75. Объем усеченного конуса

Задача (15).

Найдите объем усеченного конуса, у которого радиусы оснований равны R_1 и R_2 ($R_2 < R_1$), а высота h .

Решение.

Дополним данный усеченный конус до полного (рис. 180). Пусть x — его высота. Объем усеченного конуса равен разности объемов двух полных конусов: одного с радиусом основания R_1 и высотой x , другого с радиусом основания R_2 и высотой $x - h$.

Из подобия конусов находим x :

$$\frac{x}{x-h} = \frac{R_1}{R_2}, \quad x = \frac{hR_1}{R_1-R_2}.$$

Объем усеченного конуса равен:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \left[\pi R_1^2 \frac{hR_1}{R_1-R_2} - \pi R_2^2 \left(\frac{hR_1}{R_1-R_2} - h \right) \right] = \\ &= \frac{1}{3} \pi h \frac{R_1^3 - R_2^3}{R_1 - R_2} = \frac{1}{3} \pi h (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2). \end{aligned}$$

Объем усеченного конуса равен:

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2).$$

76. Объем шара

Найдем сначала объем полушара (рис. 181). Разделим радиус OA на большое число n равных частей. Проведем через точки деления плоскости, параллельные основанию полушара. Эти плоскости разбивают полушар на слои толщиной $\frac{R}{n}$. Построим для каждого слоя цилиндр, содержащий слой. Обозначим тело, составленное из цилиндров, через T' . Полушар содержится внутри тела T' (рис. 181, а). Поэтому тело T' имеет объем V' , больший объема V полушара. Опустим тело T' вниз на расстояние $\frac{R}{n}$. Тогда все цилиндры тела T' , начиная со второго, считая снизу, окажутся внутри полушара (рис. 181, б). Обозначим тело, составленное из этих цилиндров, через T'' . Объем V'' тела T'' меньше объема полушара. Итак, имеем неравенство $V' > V > V''$, $V' - V'' = \pi R^2 \frac{R}{n}$, где $\pi R^2 \frac{R}{n}$ — объем первого цилиндра тела T' .

Поскольку при достаточно большом n величина $\frac{\pi R^3}{n}$ сколь угодно мало отличается от нуля, то объем полушара V сколь угодно мало отличается от объема V' тела T' .

Найдем объем V' . Радиус BC m -го цилиндра тела T' определяется по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника OBC (рис. 182):

$$BC^2 = R^2 - \left(\frac{m-1}{n}R\right)^2.$$

Объем цилиндра равен $\pi BC^2 \frac{R}{n}$. Объем тела T' равен сумме объемов цилиндров, составляющих его.

$$\begin{aligned} V' &= \pi R^2 \frac{R}{n} + \pi \left(R^2 - \frac{R^2}{n^2}\right) \frac{R}{n} + \pi \left(R^2 - \frac{2^2 R^2}{n^2}\right) \frac{R}{n} + \dots + \\ &+ \pi \left(R^2 - \frac{(n-1)^2 R^2}{n^2}\right) \frac{R}{n} = \pi R^3 - \frac{\pi R^3}{n^3} (1 + 2^2 + \dots + (n-1)^2). \end{aligned}$$

Обозначим $1 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 = \sigma$. Найдем величину σ . Имеем тождества

$$(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots, (n-1).$$

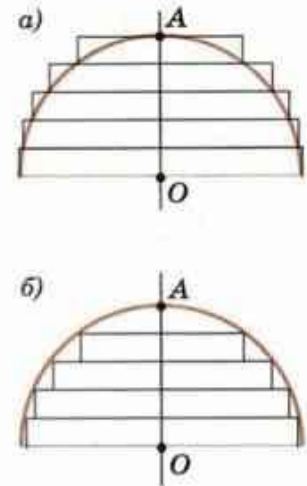


Рис. 181

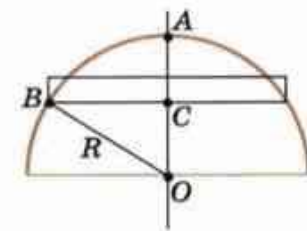


Рис. 182

Сложим почленно все эти тождества. Тогда в левой части получим $n^3 - 1$. Остальные слагаемые взаимно сокращаются. В правой части получим

$$3\sigma + 3(1 + 2 + \dots + (n - 1)) + (n - 1).$$

Заметим, что $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n-1)}{2}$.

Итак, $n^3 - 1 = 3\sigma + 3 \frac{(n-1)n}{2} + (n - 1)$. Отсюда находим

$$\sigma = \frac{n^3 - 1 - \frac{3}{2}n(n-1) - (n-1)}{3}.$$

Подставим это выражение σ в формулу для V' . Тогда получим

$$V' = \pi R^3 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2n} - \frac{1}{6n^2} \right).$$

Мы видим, что при достаточно больших n значение V' сколь угодно мало отличается от $\frac{2}{3} \pi R^3$. А так как V' сколь угодно мало отличается от объема полушара, то объем полушара равен $\frac{2}{3} \pi R^3$, а значит, объем шара $\frac{4}{3} \pi R^3$.

Итак,

объем шара радиуса R вычисляется по формуле

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

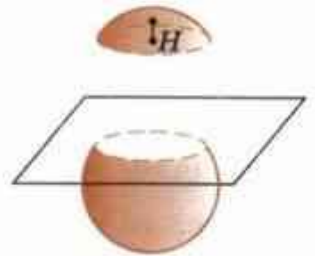


Рис. 183

Шаровым сектором называется тело, которое получается из шарового сегмента и конуса следующим образом. В случае когда сегмент меньше полушара, шаровой сектор получается дополнением этого сегмента конусом с тем же основанием, которое у сегмента, и вершиной в центре шара (рис. 184).

В случае сегмента большего полушара шаровой сектор получается из этого сегмента удалением из него конуса, у которого основанием служит основание сегмента, а вершина в центре шара.

Объем шарового сектора определяется по формуле

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H,$$

где R — радиус шара, а H — высота соответствующего шарового сегмента.

Эта формула получается с помощью формул для объемов шарового сегмента и конуса.

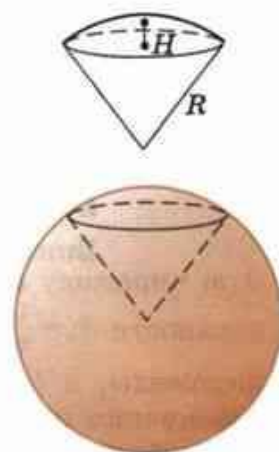


Рис. 184

78. Площадь боковой поверхности цилиндра

Впишем в цилиндр правильную n -угольную призму (рис. 185). Площадь боковой поверхности этой призмы $S_n = P_n H$, где P_n — периметр основания призмы, а H — ее высота.

Как мы знаем, при неограниченном увеличении n периметр P_n неограниченно приближается к длине C окружности основания цилиндра. Следовательно, площадь боковой поверхности призмы неограниченно приближается к CH . Поэтому величина CH принимается за площадь боковой поверхности цилиндра.

Таким образом,

площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле

$$S = CH = 2\pi RH,$$

где R — радиус цилиндра, а H — его высота.



Рис. 185

Если боковую поверхность цилиндра с радиусом основания R и высотой H разрезать по образующей и без деформаций развернуть на плоскость, то получится прямоугольник, основание

которого равно $2\pi R$, а высота — H . Площадь развертки боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S = 2\pi RH$.

79. Площадь боковой поверхности конуса

Впишем в конус правильную n -угольную пирамиду (рис. 186). Площадь ее боковой поверхности $S_n = \frac{1}{2} P_n l_n$, где P_n — периметр основания пирамиды, а l_n — апофема. При неограниченном увеличении n периметр основания P_n неограниченно приближается к длине C окружности основания конуса, а апофема l_n — к длине l образующей. Соответственно боковая поверхность пирамиды неограниченно приближается к $C \frac{l}{2}$. В связи с этим величина $C \frac{l}{2}$ принимается за площадь боковой поверхности конуса.

Итак,

площадь боковой поверхности конуса вычисляется по формуле

$$S = \frac{1}{2} Cl = \pi Rl,$$

где R — радиус основания конуса, а l — длина образующей.

Аналогично для площади боковой поверхности усеченного конуса с радиусами оснований R_1 , R_2 и образующей l получается формула

$$S = \pi(R_1 + R_2)l.$$



Рис. 186

80. Площадь сферы

Опишем около сферы выпуклый многогранник с малыми гранями (рис. 187). Пусть S' — площадь поверхности многогранника, т. е. сумма площадей его граней. Найдем приближенное значение площади поверхности многогранника, предполагая, что линейные размеры граней, т. е. расстояние между любыми двумя точками любой грани, меньше ε .

Объем многогранника равен сумме объемов пирамид, имеющих своими основаниями грани многогранника, а вершиной — центр сферы (рис. 188). Так как все пирамиды имеют одну и ту же высоту, равную радиусу R сферы, то объем многогранника

$$V = \frac{1}{3} S' R.$$

Объем многогранника больше объема шара, ограниченного сферой, но меньше объема шара с тем же центром и радиусом $R + \varepsilon$. Таким образом,

$$\frac{4}{3} \pi R^3 < \frac{1}{3} S' R < \frac{4}{3} \pi (R + \varepsilon)^3.$$

Отсюда

$$4\pi R^2 < S' < 4\pi (R + \varepsilon)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{R}\right).$$

Мы видим, что площадь поверхности описанного многогранника при неограниченном уменьшении размеров его граней, т. е. при неограниченном уменьшении ε , стремится к $4\pi R^2$. Поэтому величина $4\pi R^2$ принимается за площадь сферы.

Итак,

площадь сферы радиуса R вычисляется по формуле

$$S = 4\pi R^2.$$



Рис. 187

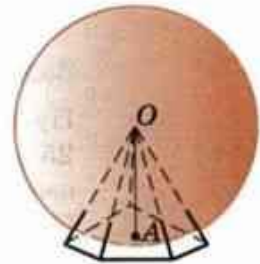


Рис. 188

Контрольные вопросы:

1. Как можно вычислить объем тела вращения, полученного в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг его гипотенузы.
2. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?

*Записать конспект в тетрадь, письменно ответить на вопросы.
Прислать фото конспекта на электронную почту преподавателя до 3
апреля 2020 г.*

Результат – зачет/незачет

Тема 3: Решение задач

1. Найдите объем конуса с диаметром 6 см и высотой 5 см
2. Объем цилиндра равен $100\pi \text{ м}^3$. Чему равен радиус основания, если высота равна 4 м?



3. В цилиндрический сосуд налили 5000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 14 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 7 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .
4. Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей — 5. Найдите высоту конуса.
5. Объем шара равен $36\pi \text{ см}^3$. Найдите площадь сферы, ограничивающей этот шар.
6. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 4 раза
7. Высоту цилиндра с радиусом 6 см увеличили на 5 см. Во сколько раз увеличится его боковая поверхность, если первоначальный объем цилиндра $720\pi \text{ см}^3$.

- А) в $\frac{5}{3}$ раза
- В) в $\frac{4}{3}$ раза
- С) в $\frac{6}{5}$ раза
- Д) в $\frac{5}{4}$ раза
- Е) в $\frac{3}{2}$ раза

8. Найдите объем конуса, полученного вращением равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой $3\sqrt{2} \text{ см}$ вокруг своего катета.
- А) $9\pi \text{ см}^3$
 - В) $24\pi \text{ см}^3$
 - С) $3\pi \text{ см}^3$
 - Д) $18\pi \text{ см}^3$
 - Е) $27\pi \text{ см}^3$.

Оформить решение в тетради. Прислать фото решений на электронную почту преподавателю до 10 апреля 2020 г.

Результат – оценка в журнал